受　験　番　号

数　　　　　学　（100点　60分）

（2019年度Ａ－１）

注　意　事　項

1　試験開始の指示があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

2　この問題冊子の表紙の受験番号欄に受験番号を書いてください。
　複数の受験番号がある場合，受験票に記載されているメイン受験番号を記入してください。

3　この問題冊子は表紙を除き，９ページです。

4　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気づいた場合は，手を高く挙げて監督者に知らせてください。

5　問題冊子の余白等は適宜利用してもかまいませんが、どのページも切り離してはいけません。

6　不正行為について
　①　不正行為に対しては厳正に対処します。
　②　不正行為に見えるような行為が見受けられた場合は、監督者が注意します。
　③　不正行為を行った場合は、その時点で受験を取りやめさせ退室させます。

～　選択問題の注意　～

設問は，全部で第１問から第６問まであります。

第１問から第３問は必答問題で，第４問（数学Ａ　場合の数と確率），第５問（数学Ａ　図形の性質），第６問（数学Ａ　整数の性質）は選択問題です。選択問題は３問あるうちの２問を必ず選択してください。

～　解答用紙記入上の注意　～

（１）　解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので，監督者の指示に従って，正しく記入してください。
　①　氏　　名　　欄　漢字氏名を記入してください。
　②　科　目　名　欄　**「数学」**と記入してください。
　③　受験番号欄　受験票に記載されているメイン受験番号を記入し，その下のマーク欄に，正しくマークしてください。
　④　選択問題欄　選択する問題番号を２つマークしてください。マークがない，または３つマークがある場合は選択問題の解答は無効となります。

（２）　受験番号が正しく記入されていない場合は，採点されないことがあります。

（３）　解答は，１ページの解答上の注意をよく読み，解答用紙の解答マーク欄にマークしてください。
　解答マーク欄に複数のマークをすると，不正解になります。訂正するときは消しゴムできれいに消して，書き直してください。

数　　学

解答上の注意

1　問題の文中の $\boxed{\langle 1 \rangle}$，$\boxed{\langle 2 \rangle \langle 3 \rangle}$ などには，特に指示がないかぎり，数字（0～9），符号（－，±）が入ります。〈1〉,〈2〉,〈3〉,… の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の 1，2，3，… で示された解答欄にマークして答えなさい。

例 1　$\boxed{\langle 1 \rangle \langle 2 \rangle \langle 3 \rangle}$ に -82 と答えたいとき

1	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪	●	±
2	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	●	⑨	⓪	⊖	±
3	①	●	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪	⊖	±

2　分数形で解答する場合は，既約分数（それ以上約分できない分数）で答えなさい。符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例 2　$\dfrac{\boxed{\langle 4 \rangle \langle 5 \rangle}}{\boxed{\langle 6 \rangle}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として

4	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪	●	±
5	①	②	③	●	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪	⊖	±
6	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪	⊖	±

3　根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$\boxed{\langle 7 \rangle}\sqrt{\boxed{\langle 8 \rangle}}$，$\dfrac{\sqrt{\boxed{\langle 9 \rangle \langle 10 \rangle}}}{\boxed{\langle 11 \rangle}}$ に $4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。

第１問（必答問題）（数学Ⅰ）

(1)　$x=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$，$y=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ のとき，

$$x+y=\boxed{\langle 1\rangle},\ x-y=\boxed{\langle 2\rangle}\sqrt{\boxed{\langle 3\rangle\langle 4\rangle}}\ ,\ \frac{x}{y}-\frac{y}{x}=\boxed{\langle 5\rangle\langle 6\rangle}\sqrt{\boxed{\langle 7\rangle\langle 8\rangle}}$$

である。

(2)　$45^\circ<\theta<90^\circ$ とする。$\sin\theta\cos\theta=\dfrac{1}{4}$ のとき，

$$(\sin\theta+\cos\theta)^2=\frac{\boxed{\langle 9\rangle}}{\boxed{\langle 10\rangle}},\ (\sin\theta-\cos\theta)^2=\frac{\boxed{\langle 11\rangle}}{\boxed{\langle 12\rangle}}$$

であり，

$$\cos\theta=\frac{\sqrt{\boxed{\langle 13\rangle}}-\sqrt{\boxed{\langle 14\rangle}}}{\boxed{\langle 15\rangle}},\ \tan\theta=\boxed{\langle 16\rangle}+\sqrt{\boxed{\langle 17\rangle}}$$

である。

第２問（必答問題）（数学Ⅰ）

(1)　関数 $f(x)=x^2+2ax+2a+6$ がある。ただし，a は実数の定数である。x がすべての実数をとるときの$f(x)$の最小値を m とする。

(i)　m を a を用いて表すと

$$m=\boxed{\langle 18\rangle}a^2+\boxed{\langle 19\rangle}a+\boxed{\langle 20\rangle}$$

となる。

(ii)　a が $6\leqq a^2-a\leqq 12$ を満たすとき，m の最大値は $\boxed{\langle 21\rangle}$，最小値は $\boxed{\langle 22\rangle\langle 23\rangle}$ である。

(2)　x の方程式 $|x|=x^2-3x+c$ ……(＊) がある。ただし，c は実数の定数である。

(i)　$x=5$ が(＊)の１つの解のとき，$c=\boxed{\langle 24\rangle\langle 25\rangle}$ であり $x=\boxed{\langle 26\rangle}-\sqrt{\boxed{\langle 27\rangle}}$ も(＊)の解である。

(ii)　(＊)が負の解をもつような c の値の範囲は $c<\boxed{\langle 28\rangle}$ である。

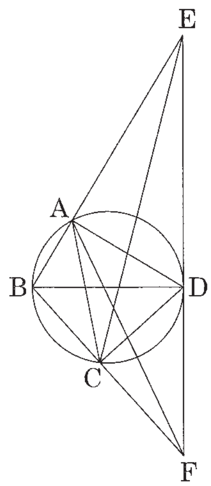
(計 算 用 紙)

第3問（必答問題）（数学Ⅰ）

BDを直径とする円に内接する四角形ABCDがあり，

$$AB=3,\ BC=4,\ BD=6$$

である。Dを通りBDに垂直な直線と辺BAの延長および辺BCの延長との交点をそれぞれE，Fとする。



(1)　$\sin\angle CBD=\dfrac{\sqrt{\boxed{\langle 29\rangle}}}{\boxed{\langle 30\rangle}}$ であり，$BF=\boxed{\langle 31\rangle}$，

$EF=\boxed{\langle 32\rangle}\left(\boxed{\langle 33\rangle}\sqrt{\boxed{\langle 34\rangle}}+\sqrt{\boxed{\langle 35\rangle}}\right)$ である。

(2)　$CE=\boxed{\langle 36\rangle}\left(\sqrt{30}+\sqrt{\boxed{\langle 37\rangle}}\right)$，$AC=\boxed{\langle 38\rangle}\sqrt{\boxed{\langle 39\rangle}}+\sqrt{\boxed{\langle 40\rangle}}$ である。

(3)　2つの三角形ACE，ACFの面積の比は $\boxed{\langle 41\rangle\langle 42\rangle}:5$ である。

第4問（選択問題）（数学A　場合の数と確率）

A，Bの2人がそれぞれ硬貨を1枚ずつ投げ，表と裏が出たら表を出した方が勝ち，どちらも表かどちらも裏のときは引き分けとする。このゲームを繰り返し行い，先に3勝した方を優勝者とする。ただし，硬貨の表が出る確率と裏が出る確率はいずれも $\dfrac{1}{2}$ とする。

(1)　1回のゲームで引き分ける確率は $\dfrac{\boxed{\langle 43\rangle}}{\boxed{\langle 44\rangle}}$ である。

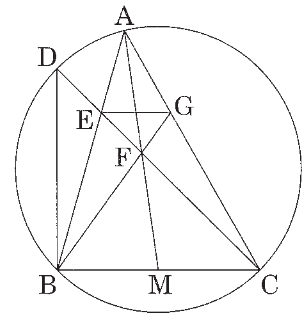
(2)　ゲームを3回行ったとき，Aが3勝する確率は $\dfrac{\boxed{\langle 45\rangle}}{\boxed{\langle 46\rangle\langle 47\rangle}}$ であり，Aが2勝1敗となる確率は $\dfrac{\boxed{\langle 48\rangle}}{\boxed{\langle 49\rangle\langle 50\rangle}}$ である。

(3)　ゲームを4回行ってAの優勝が決まる確率は $\dfrac{\boxed{\langle 51\rangle}}{\boxed{\langle 52\rangle\langle 53\rangle\langle 54\rangle}}$ である。また，ゲームを4回行ってAの優勝が決まったとき，1回目のゲームでAが勝っていた条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\langle 55\rangle}}{\boxed{\langle 56\rangle}}$ である。

(計　算　用　紙)

第５問（選択問題）（数学Ａ　図形の性質）

３辺の長さが $AB=\sqrt{6}$, $BC=2$, $CA=\sqrt{3}+1$ の三角形ABCがあり，外接円の１つの直径CDと辺ABとの交点をEとする。



(1)　$\cos\angle BAC=\dfrac{\sqrt{\boxed{\langle 57\rangle}}}{\boxed{\langle 58\rangle}}$ であり，$CD=\boxed{\langle 59\rangle}\sqrt{\boxed{\langle 60\rangle}}$,

$BD=\boxed{\langle 61\rangle}$ である。

(2)　$AE=xAB$, $DE=yDC$ とおく。２つの三角形ACE, DBEが相似であることから，関係式

$$\frac{y}{x}=\frac{\boxed{\langle 62\rangle}-\sqrt{\boxed{\langle 63\rangle}}}{\boxed{\langle 64\rangle}},\quad \frac{1-y}{1-x}=\frac{\boxed{\langle 65\rangle}+\sqrt{\boxed{\langle 66\rangle}}}{\boxed{\langle 67\rangle}}$$

が得られ，$x=\dfrac{\boxed{\langle 68\rangle}}{\boxed{\langle 69\rangle}}$ である。

(3)　BCの中点をMとする。AMとCDの交点をFとし，BFの延長とACの交点をGとすると，

$$\frac{AF}{FM}=\boxed{\langle 70\rangle},\quad \frac{AG}{GC}=\frac{\boxed{\langle 71\rangle}}{\boxed{\langle 72\rangle}}$$

であり，$EG=\dfrac{\boxed{\langle 73\rangle}}{\boxed{\langle 74\rangle}}$ である。

（計　算　用　紙）

第６問（選択問題）（数学Ａ　整数の性質）

x，y についての１次不定方程式

$$3x-8y=5\cdots\cdots(*)$$

がある。

(1)　$x=\boxed{\langle 75\rangle}$，$y=\boxed{\langle 76\rangle}$ は$(*)$を満たす。$(*)$は

$$\boxed{\langle 77\rangle}\left(x-\boxed{\langle 78\rangle}\right)=\boxed{\langle 79\rangle}\left(y-\boxed{\langle 80\rangle}\right)$$

と変形できて，$(*)$の整数解は整数 k を用いて

$$x=\boxed{\langle 81\rangle}k+\boxed{\langle 82\rangle},\quad y=\boxed{\langle 83\rangle}k+\boxed{\langle 84\rangle}$$

と表せる。

(2)　(1)の整数解 x，y について

$$x=\boxed{\langle 85\rangle}y+\boxed{\langle 86\rangle}k+\boxed{\langle 87\rangle}$$

が成り立つ。ただし，$\boxed{\langle 85\rangle}>1$，$\boxed{\langle 86\rangle}>0$ とする。

x を y で割った余りが99になるような正の整数 x，y は

$$x=\boxed{\langle 88\rangle\langle 89\rangle\langle 90\rangle},\quad y=\boxed{\langle 91\rangle\langle 92\rangle\langle 93\rangle}$$

である。

(3)　$(*)$の整数解 x，y のうち，x と y がともに５の倍数となるものは，整数 l を用いて

$$x=5\left(\boxed{\langle 94\rangle}l+\boxed{\langle 95\rangle}\right),\quad y=5\left(\boxed{\langle 96\rangle}l+\boxed{\langle 97\rangle}\right)$$

と表せる。

(計　算　用　紙)