

受験番号

数 学

(100点 60分)

(2022年度 A - 1)

注 意 事 項

- 1 試験開始の指示があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子の表紙の受験番号欄に受験番号を書いてください。
複数の受験番号がある場合、受験票に記載されているメイン受験番号を記入してください。
- 3 この問題冊子は表紙を除き、13ページです。
- 4 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気づいた場合は、手を高く挙げて監督者に知らせてください。
- 5 問題冊子の余白等は適宜利用してもかまいませんが、どのページも切り離してはいけません。
- 6 不正行為について
 - ① 不正行為に対しては厳正に対処します。
 - ② 不正行為に見えるような行為が見受けられた場合は、監督者が注意します。
 - ③ 不正行為を行った場合は、その時点で受験を取りやめさせ退室させます。

～ 選択問題の注意 ～

設問は、全部で第1問から第6問まであります。

第1問から第3問は必答問題で、第4問（数学A 場合の数と確率）、第5問（数学A 図形の性質）、第6問（数学A 整数の性質）は選択問題です。選択問題は3問あるうちの2問を必ず選択してください。

～ 解答用紙記入上の注意 ～

- (1) 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、正しく記入してください。
 - ① 氏 名 欄 漢字氏名を記入してください。
 - ② 科 目 名 欄 「数学」と記入してください。
 - ③ 受験番号欄 受験票に記載されているメイン受験番号を記入し、その下のマーク欄に、正しくマークしてください。
 - ④ 選択問題欄 選択する問題番号を2つマークしてください。マークがない、または3つマークがある場合は選択問題の解答は無効となります。
- (2) 受験番号が正しく記入されていない場合は、採点されないことがあります。
- (3) 解答は、1ページの解答上の注意をよく読み、解答用紙の解答マーク欄にマークしてください。
解答マーク欄に複数のマークをすると、不正解になります。訂正するときは消しゴムできれいに消して、書き直してください。

数 学

解答上の注意

- 1 問題の文中の $\langle 1 \rangle$, $\langle 2 \rangle \langle 3 \rangle$ などには, 特に指示がないかぎり, 数字(0~9), 符号(−, ±)が入ります。 $\langle 1 \rangle, \langle 2 \rangle, \langle 3 \rangle, \dots$ の一つ一つは, これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の1, 2, 3, …で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1 $\langle 1 \rangle \langle 2 \rangle \langle 3 \rangle$ に−82と答えたいとき

1	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	●	±
2	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	●	⑨	⑩	−	±
3	①	●	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	−	±

- 2 分数形で解答する場合は, 既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ, 分母につけてはいけません。

例2 $\frac{\langle 4 \rangle \langle 5 \rangle}{\langle 6 \rangle}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは, $\frac{-4}{5}$ として

4	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	●	±
5	①	②	③	●	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	−	±
6	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	−	±

- 3 根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば, $\langle 7 \rangle \sqrt{\langle 8 \rangle}$, $\sqrt{\frac{\langle 9 \rangle \langle 10 \rangle}{\langle 11 \rangle}}$ に $4\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを, $2\sqrt{8}$, $\frac{\sqrt{52}}{4}$ のように答え

てはいけません。

第1問（必答問題）（数学Ⅰ）

[1] $x=2\sqrt{5}+3\sqrt{2}$ のとき,

$$x + \frac{2}{x} = \boxed{\langle 1 \rangle} \sqrt{\boxed{\langle 2 \rangle}}, \quad x^2 - \frac{4}{x^2} = \boxed{\langle 3 \rangle} \boxed{\langle 4 \rangle} \sqrt{\boxed{\langle 5 \rangle} \boxed{\langle 6 \rangle}}$$

である。

[2] 2つの不等式

$$(x-a)^2 < 4 \cdots \cdots \textcircled{1}, \quad |x^2 - 25| < 24 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

がある。ただし、 a は実数の定数である。

$a=5$ のとき、 $\textcircled{1}$ を満たす x の範囲は

$$\boxed{\langle 7 \rangle} < x < \boxed{\langle 8 \rangle}$$

である。

$\textcircled{2}$ を満たす x の範囲は

$$\boxed{\langle 9 \rangle} \boxed{\langle 10 \rangle} < x < \boxed{\langle 11 \rangle} \boxed{\langle 12 \rangle}, \quad \boxed{\langle 13 \rangle} < x < \boxed{\langle 14 \rangle}$$

である。

$\textcircled{1}$ と $\textcircled{2}$ をともに満たす x の範囲が $5 < x < 7$ となるのは,

$$a = \boxed{\langle 15 \rangle}$$

のときである。

(計 算 用 紙)

第2問（必答問題）（数学Ⅰ）

a を正の実数の定数として、関数 $f(x)$ を

$$f(x) = -x^2 + 4ax - 4a + 8$$

とする。

(1) 関数 $f(x)$ のグラフ $y=f(x)$ は点 $(\boxed{\langle 16 \rangle}a, \boxed{\langle 17 \rangle}a^2 - \boxed{\langle 18 \rangle}a + \boxed{\langle 19 \rangle})$ を頂点とする放物線である。

(2) $a=1$ とする。このとき、 $0 \leq x \leq 4$ における $f(x)$ の

最大値は $\boxed{\langle 20 \rangle}$ ，最小値は $\boxed{\langle 21 \rangle}$

である。

(3) $0 \leq x \leq 4$ における $f(x)$ の最大値を M とする。

$M=11$ となるのは

$$a = \frac{\boxed{\langle 22 \rangle}}{\boxed{\langle 23 \rangle}}$$

のときであり、 $M=20$ となるのは

$$a = \frac{\boxed{\langle 24 \rangle}}{\boxed{\langle 25 \rangle}}$$

のときである。

(4) $0 \leq x \leq 4$ において常に $f(x) \geq 0$ となるような a の値の範囲は

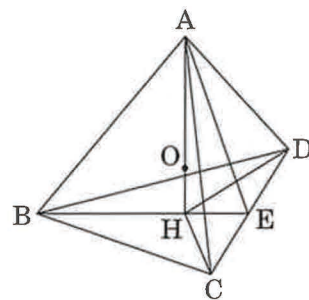
$$\frac{\boxed{\langle 26 \rangle}}{\boxed{\langle 27 \rangle}} \leq a \leq \boxed{\langle 28 \rangle}$$

である。

(計 算 用 紙)

第3問（必答問題）（数学Ⅰ）

4つの辺の長さが $AB=AC=AD=5$, $CD=4\sqrt{2}$ であり, $BC=BD$ である図のような四面体 $ABCD$ がある。A から面 BCD に下ろした垂線を AH とし, 直線 BH と辺 CD の交点を E とすると, $AH=4$ である。



(1) $BH=CH=DH=\langle 29 \rangle$ であり, $HE=\langle 30 \rangle$ である。

(2) 三角形 ABE の外接円の半径を r とする。

$$\sin \angle AEB = \frac{\langle 31 \rangle \sqrt{\langle 32 \rangle \langle 33 \rangle}}{\langle 34 \rangle \langle 35 \rangle}$$

であり,

$$r = \frac{\langle 36 \rangle \sqrt{\langle 37 \rangle \langle 38 \rangle}}{\langle 39 \rangle}$$

である。

(3) 四面体 $ABCD$ の外接球（4点 A, B, C, D を通る球）の中心 O は直線 AH 上にある。外接球の半径を R とすると,

$$R = \frac{\langle 40 \rangle \langle 41 \rangle}{\langle 42 \rangle}$$

である。また, 三角形 ABE の外接円の中心を P とすると,

$$OP = \frac{\langle 43 \rangle}{\langle 44 \rangle}$$

である。

(計 算 用 紙)

第4問（選択問題）（数学A 場合の数と確率）

最初、手元に4枚の札を持っている。1枚のコインを投げて表がでると札は1枚増え、裏が出ると札は1枚減る。ただし、コインの表が出る確率と裏が出る確率はいずれも $\frac{1}{2}$ であるとする。

コイン投げを繰り返し、手元の札が無くなるか、10回投げるとコイン投げを終了する。

- (1) コインを4回投げて、手元の札が

$$\begin{array}{l} 0 \text{ 枚になる確率は } \frac{\boxed{\langle 45 \rangle}}{\boxed{\langle 46 \rangle \langle 47 \rangle}}, \\ 2 \text{ 枚になる確率は } \frac{\boxed{\langle 48 \rangle}}{\boxed{\langle 49 \rangle}}, \\ 4 \text{ 枚になる確率は } \frac{\boxed{\langle 50 \rangle}}{\boxed{\langle 51 \rangle}} \end{array}$$

である。

- (2) コインを5回以上投げる確率は

$$\frac{\boxed{\langle 52 \rangle \langle 53 \rangle}}{\boxed{\langle 54 \rangle \langle 55 \rangle}}$$

である。

- (3) コインを5回投げて、手元の札が1枚になる確率は

$$\frac{\boxed{\langle 56 \rangle}}{\boxed{\langle 57 \rangle}}$$

である。

また、コインを6回投げて、手元の札が2枚になる確率は

$$\frac{\boxed{\langle 58 \rangle}}{\boxed{\langle 59 \rangle \langle 60 \rangle}}$$

である。

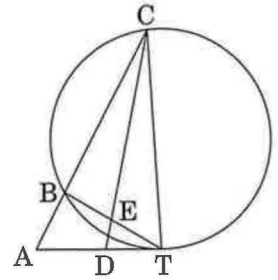
(計 算 用 紙)

第5問（選択問題）（数学A 図形の性質）

図のように、円外の点Aを通り円にTで接する接線と、Aを通り円と2点B, Cで交わる直線があり、

$$AT=4, AB=2, \cos \angle TAB = \frac{31}{64}$$

である。線分AT上の点をDとし、CDとBTの交点をEとする。



(1) 線分BTの長さは、

$$BT = \frac{\boxed{\langle 61 \rangle}}{\boxed{\langle 62 \rangle}}$$

である。また、

$$AB \cdot AC = \boxed{\langle 63 \rangle} \boxed{\langle 64 \rangle}, BC = \boxed{\langle 65 \rangle}$$

である。

(2) Dが線分ATの中点であるとき、

$$\frac{CE}{ED} = \boxed{\langle 66 \rangle}$$

である。

(3) 4点A, B, D, Eが同一円周上にあるとき、

$$\frac{TE}{TD} = \frac{\boxed{\langle 67 \rangle}}{\boxed{\langle 68 \rangle}}, \frac{DT}{AD} = \frac{\boxed{\langle 69 \rangle}}{\boxed{\langle 70 \rangle} \boxed{\langle 71 \rangle}}$$

である。

(計 算 用 紙)

第6問（選択問題）（数学A 整数の性質）

a, b を0以上9以下の整数として、整数

$$M = 10000a + 1000b + 12$$

を考える。

$$(1) \quad M = \left(303 \times 33 + \boxed{72} \right) a + \left(30 \times 33 + \boxed{73} \boxed{74} \right) b + 12 \quad \text{であるから, } M \text{ を } 33 \text{ で割った余りは}$$

$$\boxed{72} a + \boxed{73} \boxed{74} b + 12$$

を33で割った余りに等しい。

下3桁が012である4桁の正の整数で、33で割ると16余るものは

$$\boxed{75} 012$$

である。

下3桁が012である5桁の正の整数で、33で割り切れるものは

$$\boxed{76} \text{ 個}$$

ある。

$$(2) \quad M \text{ を } 19 \text{ で割った余りは}$$

$$\boxed{77} a - \boxed{78} b - \boxed{79}$$

を19で割った余りに等しい。

下3桁が012である5桁の正の整数で、19で割り切れるもののうち最大のものは

$$\boxed{80} \boxed{81} 012$$

である。

(計 算 用 紙)