受験番号

数　　　学

（100点　60分）

（2023年度Ａ－１）

注意事項

1　試験開始の指示があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

2　この問題冊子の表紙の受験番号欄に受験番号を書いてください。
　複数の受験番号がある場合，受験票に記載されているメイン受験番号を記入してください。

3　この問題冊子は表紙を除き，13ページです。

4　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気づいた場合は，手を高く挙げて監督者に知らせてください。

5　問題冊子の余白等は適宜利用してもかまいませんが、どのページも切り離してはいけません。

6　不正行為について
　①　不正行為に対しては厳正に対処します。
　②　不正行為に見えるような行為が見受けられた場合は、監督者が注意します。
　③　不正行為を行った場合は、その時点で受験を取りやめさせ退室させます。

～　選択問題の注意　～

設問は，全部で第１問から第６問まであります。

第１問から第３問は必答問題で，第４問（数学Ａ　場合の数と確率），第５問（数学Ａ　図形の性質），第６問（数学Ａ　整数の性質）は選択問題です。選択問題は３問あるうちの２問を必ず選択してください。

～　解答用紙記入上の注意　～

（１）　解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので，監督者の指示に従って，正しく記入してください。
　①　氏　名　欄　漢字氏名を記入してください。
　②　科目名欄　**「数学」**と記入してください。
　③　受験番号欄　受験票に記載されているメイン受験番号を記入し，その下のマーク欄に，正しくマークしてください。
　④　選択問題欄　選択する問題番号を２つマークしてください。マークがない，または３つマークがある場合は選択問題の解答は無効となります。

（２）　受験番号が正しく記入されていない場合は，採点されないことがあります。

（３）　解答は，１ページの解答上の注意をよく読み，解答用紙の解答マーク欄にマークしてください。
　解答マーク欄に複数のマークをすると，不正解になります。訂正するときは消しゴムできれいに消して，書き直してください。

数　　　　学

解答上の注意

1　問題の文中の $\boxed{\langle 1 \rangle}$，$\boxed{\langle 2 \rangle \langle 3 \rangle}$ などには，特に指示がないかぎり，数字（0～9），符号（−，±）が入ります。〈1〉,〈2〉,〈3〉, … の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の1，2，3，… で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1　$\boxed{\langle 1 \rangle \langle 2 \rangle \langle 3 \rangle}$ に −82 と答えたいとき

1	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪	●	⊕
2	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	●	⑨	⓪	⊖	⊕
3	①	●	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪	⊖	⊕

2　分数形で解答する場合は，既約分数（それ以上約分できない分数）で答えなさい。符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例2　$\dfrac{\boxed{\langle 4 \rangle \langle 5 \rangle}}{\boxed{\langle 6 \rangle}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として

4	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪	●	⊕
5	①	②	③	●	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪	⊖	⊕
6	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪	⊖	⊕

3　根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$\boxed{\langle 7 \rangle}\sqrt{\boxed{\langle 8 \rangle}}$，$\dfrac{\sqrt{\boxed{\langle 9 \rangle \langle 10 \rangle}}}{\boxed{\langle 11 \rangle}}$ に $4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。

第 1 問（必答問題）（数学Ⅰ）

［1］ $x=\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$ のとき，

$$x+\frac{1}{x}=\boxed{\langle 1\rangle},\quad x^2-\frac{1}{x^2}=\boxed{\langle 2\rangle}\sqrt{\boxed{\langle 3\rangle\langle 4\rangle}}$$

である。

［2］ a は実数の定数とする。2 つの方程式

$$2x^2-2ax+a+4=0 \ \cdots\cdots ①,\quad |x-5|=9-a^2 \ \cdots\cdots ②$$

がある。

①が実数解をもつような a の値の範囲は

$$a\leqq\boxed{\langle 5\rangle\langle 6\rangle},\quad \boxed{\langle 7\rangle}\leqq a$$

である。

①も②も実数解をもたないような a の値の範囲は

$$\boxed{\langle 8\rangle}<a<\boxed{\langle 9\rangle}$$

である。

(計　算　用　紙)

第２問（必答問題）（数学Ⅰ）

a を正の実数の定数として，関数 $f(x)$ を

$$f(x)=x^2-2ax-3a^2$$

とする。

(1) $f(x)=0$ となる x の値は，小さい方から順に

$$\boxed{\langle 10\rangle}\,a,\quad \boxed{\langle 11\rangle}\,a$$

である。

(2) $0\leqq x\leqq 3$ における $f(x)$ の最大値を M，最小値を m とする。

$a=\dfrac{5}{3}$ のとき，

$$M=\frac{\boxed{\langle 12\rangle\langle 13\rangle\langle 14\rangle}}{\boxed{\langle 15\rangle}},\quad m=\frac{\boxed{\langle 16\rangle\langle 17\rangle\langle 18\rangle\langle 19\rangle}}{\boxed{\langle 20\rangle}}$$

である。

また，$m=-63$ となるのは

$$a=\boxed{\langle 21\rangle}$$

のときである。

(3) $0\leqq x\leqq 3$ における $|f(x)|$ の最大値を M'，最小値を m' とする。

$a=2$ のとき，

$$M'=\boxed{\langle 22\rangle\langle 23\rangle}$$

である。

また，$m'=\dfrac{13}{3}$ となるのは

$$a=\frac{\boxed{\langle 24\rangle}}{\boxed{\langle 25\rangle}}$$

のときである。

(計　算　用　紙)

第 3 問（必答問題）（数学 I）

半径 2 の円に内接する四角形 ABCD があり，

$$BC = 2\sqrt{2},\ \ CD = 2,\ \ \angle ABC = 60^\circ$$

である。

(1) 対角線 AC と辺 AB の長さはそれぞれ

$$AC = \boxed{\langle 26 \rangle}\sqrt{\boxed{\langle 27 \rangle}},\ \ AB = \sqrt{\boxed{\langle 28 \rangle}} + \sqrt{\boxed{\langle 29 \rangle}}$$

であり，

$$\sin\angle CAD = \frac{\boxed{\langle 30 \rangle}}{\boxed{\langle 31 \rangle}}$$

である。ただし，$\boxed{\langle 28 \rangle} < \boxed{\langle 29 \rangle}$ とする。

(2) 四角形 ABCD の面積は

$$\boxed{\langle 32 \rangle}\sqrt{\boxed{\langle 33 \rangle}} + \boxed{\langle 34 \rangle}$$

である。

また，

$$\sin\angle BAD = \frac{\sqrt{\boxed{\langle 35 \rangle}} + \sqrt{\boxed{\langle 36 \rangle}}}{\boxed{\langle 37 \rangle}}$$

であり，対角線 BD の長さは

$$BD = \sqrt{\boxed{\langle 38 \rangle}} + \sqrt{\boxed{\langle 39 \rangle}}$$

である。ただし，$\boxed{\langle 35 \rangle} < \boxed{\langle 36 \rangle}$，$\boxed{\langle 38 \rangle} < \boxed{\langle 39 \rangle}$ とする。

(計　算　用　紙)

第４問（選択問題）（数学Ａ　場合の数と確率）

１個または２個のさいころを投げることを繰り返し，次の規則(A)で各回の得点を定める。また，各回にさいころを何個投げるかを規則(B)で定める。

規則(A)

１個のさいころを投げたとき，その目の数を３で割った余りを得点とする。

２個のさいころを投げたとき，それぞれのさいころの目の数を３で割った余りの和を得点とする。

規則(B)

１回目は１個のさいころを投げる。

２回目以降は，前回の得点が０点なら２個のさいころを投げ，１点以上なら１個のさいころを投げる。

(1)　１回目の得点が０点である確率は $\dfrac{\boxed{\langle 40\rangle}}{\boxed{\langle 41\rangle}}$ である。

また，２回目に１個のさいころを投げる確率は $\dfrac{\boxed{\langle 42\rangle}}{\boxed{\langle 43\rangle}}$ である。

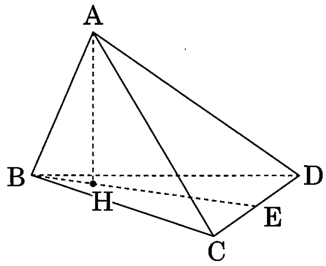
(2)　２回目の得点が４点である確率は $\dfrac{\boxed{\langle 44\rangle}}{\boxed{\langle 45\rangle\langle 46\rangle}}$ であり，２回目の得点が０点である確率は $\dfrac{\boxed{\langle 47\rangle}}{\boxed{\langle 48\rangle\langle 49\rangle}}$ である。

(3)　３回目の得点が２点である確率は $\dfrac{\boxed{\langle 50\rangle}}{\boxed{\langle 51\rangle}}$ である。

(計　算　用　紙)

第５問（選択問題）（数学Ａ　図形の性質）

四面体ABCDの４つの面は合同な三角形であり，$AC=AD=3$，$CD=2$ である。



(1)　辺CDの中点をEとする。頂点Aから面BCDに下ろした垂線をAHとすると，点Hは線分BE上にある。線分BE，AH，BHの長さはそれぞれ

$$BE=\boxed{\langle 52\rangle}\sqrt{\boxed{\langle 53\rangle}},\quad AH=\frac{\sqrt{\boxed{\langle 54\rangle\langle 55\rangle}}}{\boxed{\langle 56\rangle}},\quad BH=\frac{\sqrt{\boxed{\langle 57\rangle}}}{\boxed{\langle 58\rangle}}$$

である。

(2)　四面体ABCDの２つの面ACD，BCDのなす角を θ とすると，

$$\cos\theta=\frac{\boxed{\langle 59\rangle}}{\boxed{\langle 60\rangle}}$$

である。

(3)　四面体ABCDの各辺の中点を頂点とする多面体を P とする。P の頂点の数は６であり，辺の数は

$$\boxed{\langle 61\rangle\langle 62\rangle}$$

である。また，P の体積は

$$\frac{\sqrt{\boxed{\langle 63\rangle}}}{\boxed{\langle 64\rangle}}$$

である。

(計 算 用 紙)

第 6 問（選択問題）（数学A　整数の性質）

正の整数 a，b を

$$a = 540,\quad b = 2520$$

とする。

(1)　a を素因数分解すると

$$a = 2^{\boxed{\langle 65\rangle}} \cdot 3^{\boxed{\langle 66\rangle}} \cdot \boxed{\langle 67\rangle}$$

となり，a の正の約数の個数は

$$\boxed{\langle 68\rangle\,\langle 69\rangle}\ 個$$

である。

(2)　a と b の最大公約数を g，最小公倍数を l とすると，

$$g = \boxed{\langle 70\rangle\,\langle 71\rangle\,\langle 72\rangle},\quad l = g \times \boxed{\langle 73\rangle\,\langle 74\rangle}$$

である。

また，a と b の正の公約数のうち 2 の倍数であるものの個数は

$$\boxed{\langle 75\rangle\,\langle 76\rangle}\ 個$$

である。

(3)　a と c の最小公倍数が2700，b と c の最大公約数が60となる正の整数 c は

$$c = \boxed{\langle 77\rangle\,\langle 78\rangle\,\langle 79\rangle}$$

である。

(計 算 用 紙)