受験番号

数　　　学　（100点　60分）

（2024年度A－2）

注意事項

1　試験開始の指示があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

2　この問題冊子の表紙の受験番号欄に受験番号を書いてください。
複数の受験番号がある場合，受験票に記載されているメイン受験番号を記入してください。

3　この問題冊子は表紙を除き，13ページです。

4　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気づいた場合は，手を高く挙げて監督者に知らせてください。

5　問題冊子の余白等は適宜利用してもかまいませんが、どのページも切り離してはいけません。

6　不正行為について

①　不正行為に対しては厳正に対処します。

②　不正行為に見えるような行為が見受けられた場合は、監督者が注意します。

③　不正行為を行った場合は、その時点で受験を取りやめさせ退室させます。

～　選択問題の注意　～

設問は，全部で第１問から第６問まであります。

第１問から第３問は必答問題で，第４問（数学Ａ　場合の数と確率），第５問（数学Ａ　図形の性質），第６問（数学Ａ　整数の性質）は選択問題です。選択問題は３問あるうちの２問を必ず選択してください。

～　解答用紙記入上の注意　～

（1）　解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので，監督者の指示に従って，正しく記入してください。

①　氏　名　欄　漢字氏名を記入してください。

②　科目名欄　**「数学」**と記入してください。

③　受験番号欄　受験票に記載されているメイン受験番号を記入し，その下のマーク欄に，正しくマークしてください。

④　選択問題欄　選択する問題番号を２つマークしてください。マークがない，または３つマークがある場合は選択問題の解答は無効となります。

（2）　受験番号が正しく記入されていない場合は，採点されないことがあります。

（3）　解答は，１ページの解答上の注意をよく読み，解答用紙の解答マーク欄にマークしてください。
解答マーク欄に複数のマークをすると，不正解になります。訂正するときは消しゴムできれいに消して，書き直してください。

数　　　学

解答上の注意

1　問題の文中の $\boxed{\langle 1\rangle}$，$\boxed{\langle 2\rangle\langle 3\rangle}$ などには，特に指示がないかぎり，数字（0～9），符号（－，±）が入ります。〈1〉,〈2〉,〈3〉,… の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の1，2，3，… で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1　$\boxed{\langle 1\rangle\langle 2\rangle\langle 3\rangle}$ に -82 と答えたいとき

1	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪	●	±
2	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	●	⑨	⓪	⊖	±
3	①	●	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪	⊖	±

2　分数形で解答する場合は，既約分数（それ以上約分できない分数）で答えなさい。符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例2　$\dfrac{\boxed{\langle 4\rangle\langle 5\rangle}}{\boxed{\langle 6\rangle}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として

4	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪	●	±
5	①	②	③	●	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪	⊖	±
6	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪	⊖	±

3　根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$\boxed{\langle 7\rangle}\sqrt{\boxed{\langle 8\rangle}}$，$\dfrac{\sqrt{\boxed{\langle 9\rangle\langle 10\rangle}}}{\boxed{\langle 11\rangle}}$ に $4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。

第１問（必答問題）（数学Ｉ）

［1］ $0° < \alpha < 90°$，$0° < \beta < 90°$ とする。

$\sin\alpha - \cos\alpha = \dfrac{1}{3}$ のとき，

$$\sin\alpha\cos\alpha = \frac{\boxed{\langle 1 \rangle}}{\boxed{\langle 2 \rangle}}$$

である。

$\sin\beta\cos\beta = \dfrac{1}{2}$ のとき，

$$\sin\beta + \cos\beta = \sqrt{\boxed{\langle 3 \rangle}},\quad \sin^4\beta + \cos^4\beta = \frac{\boxed{\langle 4 \rangle}}{\boxed{\langle 5 \rangle}}$$

である。

［2］ a，b を実数の定数とする。x の不等式

$$ax^2 + bx - 2 > 0$$

について，解が $x < -2$，$\dfrac{1}{2} < x$ となるのは

$$a = \boxed{\langle 6 \rangle},\quad b = \boxed{\langle 7 \rangle}$$

のときであり，解が $x > 1$ となるのは

$$a = \boxed{\langle 8 \rangle},\quad b = \boxed{\langle 9 \rangle}$$

のときである。

(計　算　用　紙)

第２問（必答問題）（数学Ⅰ）

２つの関数

$$f(x) = x^2 - (a-1)x,\quad g(x) = -2x^2 + (2a+1)x$$

がある。ただし，a は正の実数の定数である。

(1)　$f(x)$ の最小値が -1 となるのは

$$a = \boxed{\langle 10 \rangle}$$

のときであり，このとき $g(x)$ の最大値は

$$\frac{\boxed{\langle 11 \rangle\,\langle 12 \rangle}}{\boxed{\langle 13 \rangle}}$$

である。

(2)　$0 \leqq x \leqq 1$ における $f(x)$，$g(x)$ の最大値をそれぞれ M_f，M_g とする。

$M_f = \dfrac{1}{2}$ となるのは

$$a = \frac{\boxed{\langle 14 \rangle}}{\boxed{\langle 15 \rangle}}$$

のときであり，$M_g = 8$ となるのは

$$a = \frac{\boxed{\langle 16 \rangle}}{\boxed{\langle 17 \rangle}}$$

のときである。

(3)　$a = \dfrac{3}{4}$ とし，関数 $h(x)$ を

$f(x) \geqq g(x)$ のとき $h(x) = f(x)$，$f(x) < g(x)$ のとき $h(x) = g(x)$

と定める。

このとき，

$$h\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\boxed{\langle 18 \rangle}}{\boxed{\langle 19 \rangle}}$$

であり，$0 \leqq x \leqq 1$ における $h(x)$ の最大値は

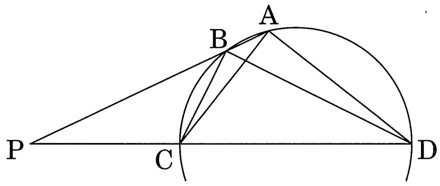
$$\frac{\boxed{\langle 20 \rangle}}{\boxed{\langle 21 \rangle}}$$

である。

(計 算 用 紙)

第 3 問（必答問題）（数学 I）

円 O に内接する四角形 ABCD があり，CD は円 O の直径である。辺 AB の B の側への延長は直線 CD と点 P で交わり，AP＝5，AD＝3，∠PAD＝120° である。



(1)　三角形 PAD の面積を S とすると，

$$S=\frac{\boxed{\langle 22\rangle\langle 23\rangle}\sqrt{\boxed{\langle 24\rangle}}}{\boxed{\langle 25\rangle}}$$

である。また，線分 PD の長さは

$$\mathrm{PD}=\boxed{\langle 26\rangle}$$

である。

(2)　円 O の半径を R とする。

$$\cos\angle\mathrm{ADP}=\frac{\boxed{\langle 27\rangle\langle 28\rangle}}{\boxed{\langle 29\rangle\langle 30\rangle}}$$

であり，

$$R=\frac{\boxed{\langle 31\rangle\langle 32\rangle}}{\boxed{\langle 33\rangle\langle 34\rangle}}$$

である。

(3)　線分 BC の長さは

$$\mathrm{BC}=\frac{\boxed{\langle 35\rangle\langle 36\rangle}}{\boxed{\langle 37\rangle\langle 38\rangle}}$$

である。

四角形 ABCD の面積 T を三角形 PAD の面積 S を用いて表すと，

$$T=\frac{\boxed{\langle 39\rangle\langle 40\rangle}}{\boxed{\langle 41\rangle\langle 42\rangle\langle 43\rangle}}S$$

となる。

(計　算　用　紙)

第４問（選択問題）（数学Ａ　場合の数と確率）

(1)　袋の中に，１個の赤玉と２個の黒玉と３個の白玉が入っている。この袋から玉を１個取り出して玉の色を記録し袋に戻す操作を３回繰り返す。

（ｉ）　黒玉を１回，白玉を２回取る確率は $\dfrac{\boxed{\langle 44\rangle}}{\boxed{\langle 45\rangle}}$ である。

（ii）　赤玉を少なくとも２回続けて取る確率は $\dfrac{\boxed{\langle 46\rangle\langle 47\rangle}}{\boxed{\langle 48\rangle\langle 49\rangle\langle 50\rangle}}$ である。

（iii）　３回のうちちょうど２回同じ色の玉を取る確率は $\dfrac{\boxed{\langle 51\rangle}}{\boxed{\langle 52\rangle}}$ である。

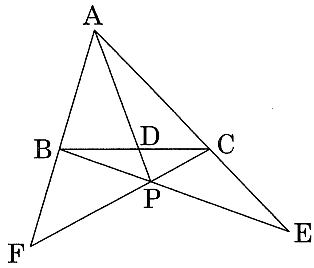
(2)　袋の中に，２個の赤玉と３個の青玉と４個の黄玉が入っている。この袋から玉を１個ずつ順に３回取り出す。ただし，取り出した玉は袋に戻さない。

（ｉ）　赤玉，青玉，黄玉の順に取る確率は $\dfrac{\boxed{\langle 53\rangle}}{\boxed{\langle 54\rangle\langle 55\rangle}}$ である。

（ii）　赤玉も青玉も少なくとも１回は取る確率は $\dfrac{\boxed{\langle 56\rangle\langle 57\rangle}}{\boxed{\langle 58\rangle\langle 59\rangle}}$ である。

(計 算 用 紙)

第５問（選択問題）（数学Ａ　図形の性質）



三角形ABCの辺ABのBの側への延長上の点をF，辺ACのCの側への延長上の点をEとする。直線BE，CFの交点をPとし，直線APと辺BCの交点をDとする。

(1)　三角形ABC，PBC，PCA，PABの面積をそれぞれS_0，S_1，S_2，S_3と表す。さらに三角形ABD，ACDの面積をそれぞれT，Uとすると，

$$\mathrm{BD}:\mathrm{DC}=T:U=T\times\frac{\mathrm{AP}}{\mathrm{AD}}:U\times\frac{\mathrm{AP}}{\mathrm{AD}}=S_3:S_2$$

である。同様に，

$$\mathrm{CE}:\mathrm{EA}=S_{\boxed{\langle 60\rangle}}:S_{\boxed{\langle 61\rangle}},\quad \mathrm{AF}:\mathrm{FB}=S_{\boxed{\langle 62\rangle}}:S_{\boxed{\langle 63\rangle}}$$

である。よって

$$\frac{\mathrm{BD}}{\mathrm{DC}}\cdot\frac{\mathrm{CE}}{\mathrm{EA}}\cdot\frac{\mathrm{AF}}{\mathrm{FB}}=\boxed{\langle 64\rangle}$$

が成り立つ。

(2)　BC＝5，CA＝6，AB＝4，BF＝2，CE＝2 とする。

このとき，

$$\mathrm{BD}=\frac{\boxed{\langle 65\rangle\langle 66\rangle}}{\boxed{\langle 67\rangle}}$$

である。また，

$$\cos\angle\mathrm{BAC}=\frac{\boxed{\langle 68\rangle}}{\boxed{\langle 69\rangle\langle 70\rangle}}$$

であり，

$$\mathrm{PB}=\sqrt{\boxed{\langle 71\rangle\langle 72\rangle}}$$

である。

(計　算　用　紙)

第６問（選択問題）（数学Ａ　整数の性質）

x，y，z の１次不定方程式

$$4x-5y+12z=23 \quad \cdots(*)$$

がある。

(1)　$z=0$ のとき，$(*)$は

$$4\left(x-\boxed{\langle 73\rangle}\right)=5\left(y+\boxed{\langle 74\rangle}\right)$$

と変形できる。

不定方程式$(*)$の整数解で $z=0$ であるものは，整数 k を用いて

$$(x,\ y,\ z)=\left(\boxed{\langle 75\rangle}k+\boxed{\langle 76\rangle},\ \boxed{\langle 77\rangle}k-\boxed{\langle 78\rangle},\ 0\right)$$

と表せる。

(2)　整数 x，y，z が$(*)$を満たすとき，整数 m を用いて

$$x+\boxed{\langle 79\rangle}z=\boxed{\langle 80\rangle}m+\boxed{\langle 81\rangle},\quad y=\boxed{\langle 82\rangle}m-\boxed{\langle 83\rangle}$$

と表すことができるので，不定方程式$(*)$の整数解は整数 m，n を用いて

$$(x,\ y,\ z)=\left(\boxed{\langle 84\rangle}m-\boxed{\langle 85\rangle}n+\boxed{\langle 86\rangle},\ \boxed{\langle 87\rangle}m-\boxed{\langle 88\rangle},\ n\right)$$

と表せる。

これらの解のうち，x，y，z がいずれも１桁の自然数であるものは

$\boxed{\langle 89\rangle}$ 個

ある。

（計　算　用　紙）